

Intervalles

Justes ou pas ?

1. Comment est construite la gamme occidentale ?

La gamme (de Do par ex.) est formée en empilant des quintes, depuis la 5^{te} inférieure (ici : FA) jusqu'à la 5^{ème} supérieure (ici : SI), donnant les 7 notes Fa-Do-Sol-Ré-La-Mi-Si, qui sont ensuite "ramenées" dans l'espace de l'octave (donnant, de bas en haut : Do-Ré-Mi-Fa-Sol-La-Si).

On continue ainsi vers le haut (après Si : Fa#, Do#, etc.) ou vers le bas (avant Fa : Sib, Mib, etc.) pour intégrer les sons chromatiques : les "touches noires".

=> Une 5^{te} est un rapport de $\times \frac{3}{2}$ entre deux fréquences (entre deux sons).

=> Une 8^{ve} est un rapport de $\times 2$ entre deux fréquences (une fréquence et son double).

voir rappel théorique
ci-dessous

Ainsi :

Empilement de 5tes :

fa DO sol ré la mi si

$\times \frac{3}{2}$ $\times \frac{3}{2}$ $\times \frac{3}{2}$ $\times \frac{3}{2}$ $\times \frac{3}{2}$ $\times \frac{3}{2}$

Valeurs des intervalles
par rapport à Do (= 1) :

	fa	DO	sol	ré	la	mi	si
	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{27}{8}$	$\frac{81}{16}$	$\frac{243}{32}$
	←		→				
	$\frac{4}{3}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{243}{128}$

Chaque son est "ramené"
dans l'octave : multiplié* par 2 divisés* par 2 divisés* par 4

(haussé ou abaissé)

Valeurs arrondies des intervalles
par rapport à Do (= 1) :

fa	DO	sol	ré	la	mi	si
$\frac{4}{3}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{8}$	$\approx \frac{5}{3}$	$\approx \frac{5}{4}$	$\approx \frac{15}{8}$

Quelques rappels théoriques

- L'octave est un intervalle dont le rapport est 2/1 (la fréquence du son aigu est 2 fois celle du grave).
- La 5^{te} est un intervalle dont le rapport est 3/2.

Ainsi :

- Pour "descendre d'une 8^{ve}", on divise la fréquence du son par 2.
- Pour "monter d'une 5^{te}", on multiplie la fréquence du son par 3/2. Etc.

Pour ajouter 2 intervalles, on multiplie leurs rapports de fréquences.

Exemple : une quinte pure (3/2) plus une quarte pure (4/3) donnent une octave pure (2/1) :

$$\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = 2$$

Idem pour soustraire deux intervalles (on divise leurs rapports de fréquences).

Renverser un intervalle = inverser son rapport : 5^{te} = $\frac{3}{2}$, 5^{te} descendante = $\frac{2}{3}$

Pourquoi ?

C'est un phénomène acoustique. Tout corps vibrant émet un son fondamental f_1 (perçu) et ses harmoniques (f_2, f_3, f_4, \dots), à l'infini, dont les fréquences sont les multiples entiers de f_1 ($f_2 = 2 \times f_1, f_3 = 3 \times f_1, \dots$).

Harmoniques d'un Do :

Rang de f : 1 2 3 4 5 6 ...∞

Donc, relativement au son fondamental (ici Do) :

- l'octave (Do supérieur) est un rapport de $\frac{2}{1} = 2$
- la quinte (Sol) est un rapport de $\frac{3}{2}$

2. Combien "valent" les 3^{ces} Do-Mi et La-Do ?

Do	—	Mi	La	—	Do
1		$\frac{81}{64}$	$\frac{27}{16}$		2

Valeurs des intervalles :
(Cf. schéma ci-dessus)

$$\frac{81}{64} \approx 1,26 > \frac{27}{16} \approx 1,68$$

3^{ce} Majeure > 3^{ce} mineure

=> Do-Mi est plus grand que La-Do.

* Multiplier la fréquence d'un son par 2 le fait "monter" d'une octave. La diviser par 2 le fait "descendre" d'une octave (par $2 \times 2 = 4$, de deux octaves, etc.).

3. Oui, mais pourquoi ?

On l'a vu, la gamme est formée en empilant des quintes qui sont ensuite "ramenées" dans l'espace de l'octave.

Ainsi :

La tierce Do-Mi

est issue de l'empilement de 4 quintes :

- Do-Sol-Ré-La-Mi = $3/2 \times 3/2 \times 3/2 \times 3/2 = 81/16$
- "ramené" dans l'octave (divisé 2 fois par 2) = $81/64$

$$\Rightarrow 81/64 \approx \mathbf{1,26}$$

La tierce La-Do

est issue de l'empilement **renversé** de 3 quintes :

- Do-Sol-Ré-La = $3/2 \times 3/2 \times 3/2 = 27/8$
- "ramené" dans l'octave (divisé 2 fois par 2) = $27/32$
- puis **renversé** (on veut La-Do, pas Do-La) = $32/27$

$$\Rightarrow 32/27 \approx \mathbf{1,18}$$

Ces deux opérations différentes ne peuvent pas donner le même résultat* :

=> ces deux intervalles ne peuvent pas être égaux.

Il en va de même pour les intervalles de 3^e, de 6^e (son renversement), de 2^e et de 7^eme (son renversement)... Pourquoi ? Parce que tous les intervalles majeurs résultent d'un empilement quelconque de 5^{tes}, alors que les intervalles mineurs (leurs renversements !) résultent, eux, du *renversement* d'un empilement quelconque de 5^{tes}.

Par exemple : 6^{te} Majeure DO-LA = DO-sol-ré-LA, 6^{te} mineure MI-DO = DO-sol-ré-la-MI renversé.

En toute logique, on aurait du parler, par exemple, de "3^{ce} parfaite" et de "3^{ce} imparfaite".

**Dans la gamme occidentale,
seules la 5^{te}, la 4^{te} (son renversement), l'8^{ve} et l'unisson (son renversement) sont justes.**

4. Et le tempérament égal ?

Certes, ces explications sont basées sur la gamme dite "de Pythagore" construite à partir de quintes "pures" (plus ou moins), qui donnaient des 1/2 tons parfois différents, conduisant à des améliorations successives.

L'accord actuel des instruments (le "tempérament") est légèrement différent (de quelques commas pour certaines notes), donnant douze 1/2 tons parfaitement égaux.

Mais cela ne change rien à la nature des intervalles, qui restent soit "justes", soit "majeurs ou mineurs".

Pour plus d'explications, voir la fiche "tonalité et modulation" sur mon site :

https://jmt-musique.com/harmonie_files/fiches/01-tonalite-modulation-1-cours.php

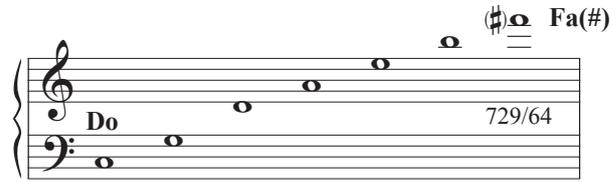
(Notamment la partie finale : "Un peu d'histoire")

* dans un cas, le dénominateur est une puissance de 2 ($\frac{81}{64}$), dans l'autre, une puissance de 3 ($\frac{32}{27}$). Et inversement pour les numérateurs.

5. La gamme de DO n'est pas construite sur un DO

La construction de la gamme occidentale, attribuée à Pythagore (vers 600 avant notre ère), remonte sans doute aux Égyptiens, voire aux Babyloniens, vers le IIe millénaire avant notre ère. Par convention, nous nommerons "Pythagore" l'ensemble de ses inventeurs et inventrices.

Pythagore, en toute logique, aurait du, pour construire la gamme de DO, empiler les quintes à partir de DO :



Dans ce cas, le IVe degré (4ème note, le "FA") de la gamme aurait été ce que nous appelons aujourd'hui un FA#. Ce degré aurait créé un intervalle de 4te = 729/64 divisé par 8 (abaissé de 3 octaves) = 729/512 ≈ 27/19 ≈ 1,42.

Cet intervalle n'aurait pas été le renversement de la 5te (4/3 ≈ 1,33), mais un intervalle plus grand (≈ 1,42).

Ainsi, il y aurait eu une 4te majeure (≈ 1,42) et une 4te mineure (≈ 1,33). Et de même pour la 5te.

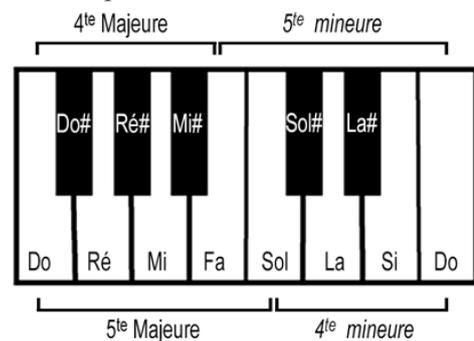
Dès lors, et en toute logique, tout intervalle, **y compris la 4te et la 5te**, résultant d'un empilement quelconque de 5tes* – c'est à dire *ascendant* depuis DO – aurait été considéré comme "grand" ou "majeur" (nos actuelles 2de, 3ce, 6te et 7ème majeures, mais aussi 4te augmentée Do-Fa#, et 5te juste).

Inversement, tout intervalle, **y compris la 4te et la 5te**, résultant du renversement d'un empilement de 5tes** – c'est à dire *descendant* depuis DO – aurait été considéré comme "petit" ou encore "mineur" (nos actuelles 2de, 3ce, 6te et 7ème mineures, mais aussi 4te juste, et 5te diminuée Fa#-Do).

Tout cela aurait été logique. **Il n'y aurait pas eu trois familles : "juste", "majeur" ou "mineur"** mais deux : "grand / majeur" ou "petit / mineur".

Tout intervalle bâti sur DO aurait été "grand / majeur", et son renversement "petit / mineur" (même la 4te et la 5te).

Voici à quoi aurait ressemblé un clavier :



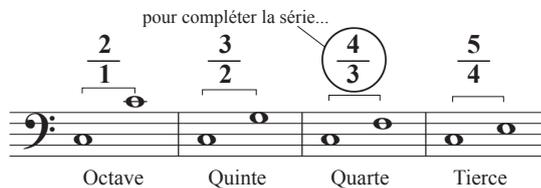
Note : l'8ve, rapport de 2, est exemptée. Elle ne résulte pas d'un empilement de 5tes : ce n'est donc pas un "intervalle" au sens propre, mais le redoublement de l'unisson. Autrement dit, l'unisson est "l'élément neutre" (x1) et l'octave une sorte de "modulo".

Alors, pourquoi ???

Pythagore considérait les rapports les plus simples*** comme les plus "parfaits".

Or :

- 2/1 = l'octave
- 3/2 = la quinte
- 27/19 = la quarte !
- 5/4 ≈ la tierce



Note : les autres intervalles étaient moins "parfaits", mais acceptables...

$\frac{9}{8} \approx \frac{5}{3} \approx \frac{15}{8}$

Seconde Sixte Septième

(Voir schéma page 1)

Pour construire la série, le rapport 4/3 (pour la quarte) apparaissait logique et "parfait".

C'est pourquoi Pythagore préféra "tricher" et utiliser comme IVe degré (4ème note, le "FA"), le son issu de la première 5te inférieure de DO, et formant un intervalle de 4/3 avec le DO, plutôt que celui issu de la dernière 5te au-dessus de DO (notre actuel "FA#"), qui formait un intervalle de ≈ 27/19... Ce faisant, il introduisait dans la gamme **un intervalle renversé** (dont le dénominateur est une puissance de 3, et pas de 2 comme tous les autres).

Sans cette singularité, la musique occidentale aurait sans doute été bien différente.

* de type : $\left(\frac{3}{2}\right)^n$ avec $n > 0$

** de type : $\left(\frac{2}{3}\right)^n$ avec $n > 0$

*** Notamment les rapports dits "superparticuliers", au numérateur plus élevé d'une unité que le dénominateur :

$\frac{2}{1} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{5}{4} \quad \dots$

The image displays a musical score for piano and voice. It consists of three staves: a single treble clef staff at the top, a grand staff (treble and bass clefs) in the middle, and a single bass clef staff at the bottom. The score is divided into three measures. The first measure shows a sequence of notes in the bass clef staff, with a dashed line and the label *15^{ma}* below it. The second measure shows a sequence of notes in the grand staff, with a dashed line and the label *15^{ma}* above it. The third measure shows a sequence of notes in the grand staff, with a dashed line and the label *15^{ma}* above it. The notes are represented by circles with stems, and some have accidentals (sharps or flats). The *15^{ma}* label indicates a 15th interval, which is a note an octave and a seventh above or below the starting note.